

國立臺北大學 112 學年度日間學士班轉學生招生考試試題

學制系級：統計學系日間學士班 2 年級

科目：微積分

第1頁 共1頁

可 不可 使用計算機

1. (20 分) 求下列極限或微分。

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right)$.

(c) $\frac{d}{dx} (1+x^2)^x$.

2. (15 分) 令 $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

(a) 請問 $f(x)$ 在 $x = 0$ 是否連續？請說明理由。

(b) 請問 $f(x)$ 在 $x = 0$ 是否可微？請說明理由。

3. (25 分) 求下列積分：

(a) $\int \frac{1}{(x+2)^2(x^2+1)} dx$.

(b) $\int_0^{\infty} x^3 e^{-4x} dx$.

(c) $\int_0^3 x^{[x]} dx$, 其中 $[x]$ 為小於或等於 x 的最大整數。

4. (25 分) 完成下列要求。

(a) 求出 $f(x, y) = \frac{xy+x}{x+y}$ 的所有臨界點(critical points), 並討論各臨界點的特性(例如為鞍點或是具相對極大/小值)。

(b) 求 $\int_0^6 \int_{y/3}^2 e^{-x^2} dx dy$.

5. (15 分) 令 $f(x) = \ln(1+x^2)$ 。

(a) 請寫出 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的泰勒展式(Taylor series)。

(b) 請利用 (a) 以 6 次泰勒多項式估計下列積分： $\int_0^3 \ln(1+x^2) dx$.

試題隨卷繳交